

Kod ucznia.....

Nazwisko i imię





MATEMATYKA

23 MAJA 2018

Instrukcja dla zdającego

Czas pracy:
180 minut

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron (zadania 1-16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola  do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj **tylko długopisu lub pióra** z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod (nazwisko i imię - **zgodnie z ustaleniami szkolnymi**).
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

KL 2*Życzymy powodzenia!*Liczba punktów
do uzyskania: **50**

W zadaniach o numerach od 1 do 5 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

Zadanie 1. (1pkt)

Oblicz $\log_{ab} x$ jeżeli $\log_a x = 2$ i $\log_b x = 3$

A. 6

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{6}{5}$

D. $\frac{5}{6}$

Zadanie 2. (1pkt)

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = x$$

A. $x = 2\sqrt{3}$

B. 7

C. 4

D. $x = 4\sqrt{3}$

Zadanie 3. (1pkt)

Oblicz granicę ciągu: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+7}{8n+4} + \frac{3n-4}{6n+5} \right)$

A. $\frac{6}{14}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{7}{8}$

Zadanie 4. (1pkt)

Jeżeli $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ i $\alpha \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi \right)$ wtedy prawdziwe jest:

A. $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$

B. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3}$

C. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$

D. $\sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{5}$

Zadanie 5. (1pkt)

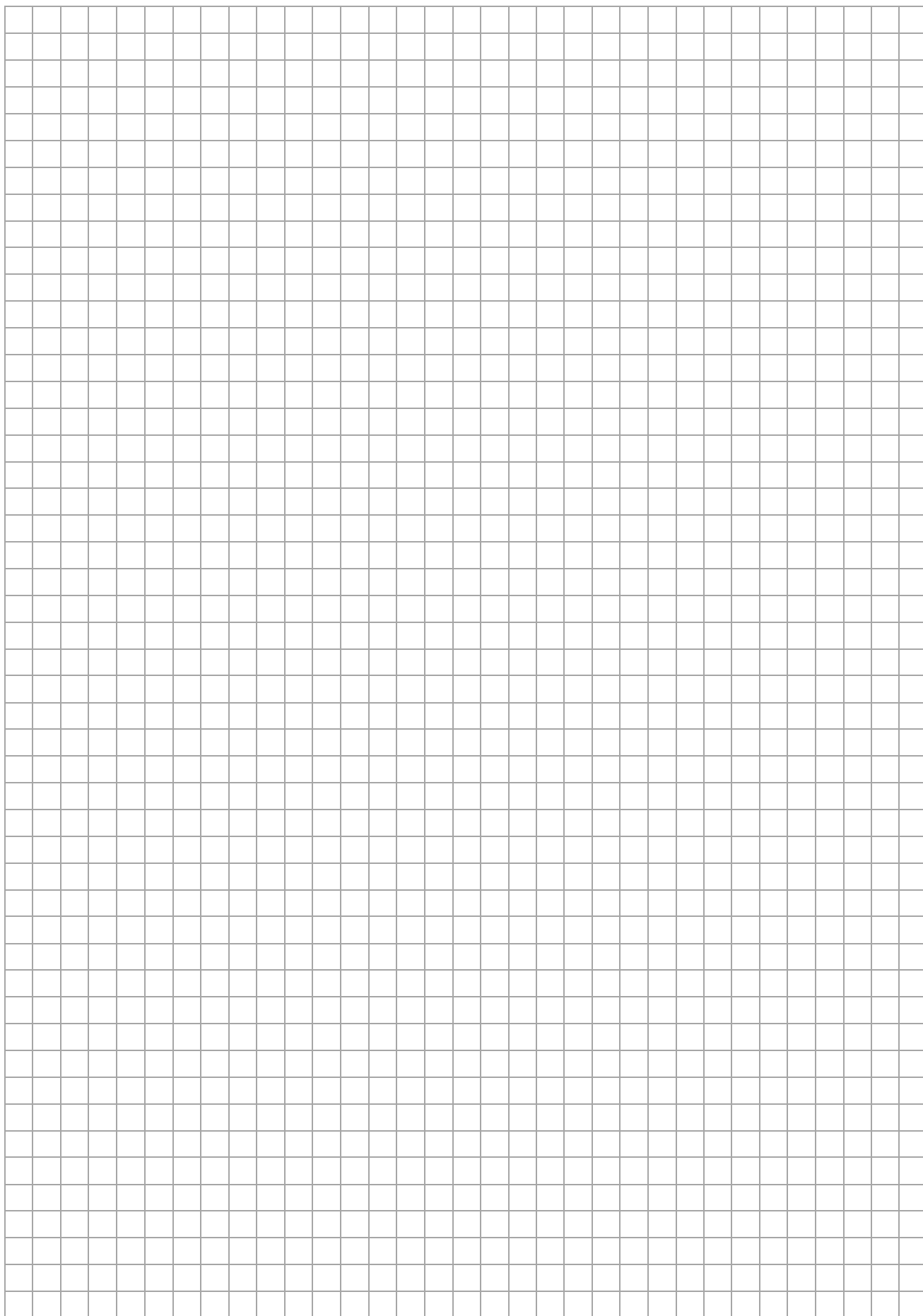
Ile rozwiązań ma równanie: $||2x+5|-4|=3$ jest:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

BRUDNOPIS

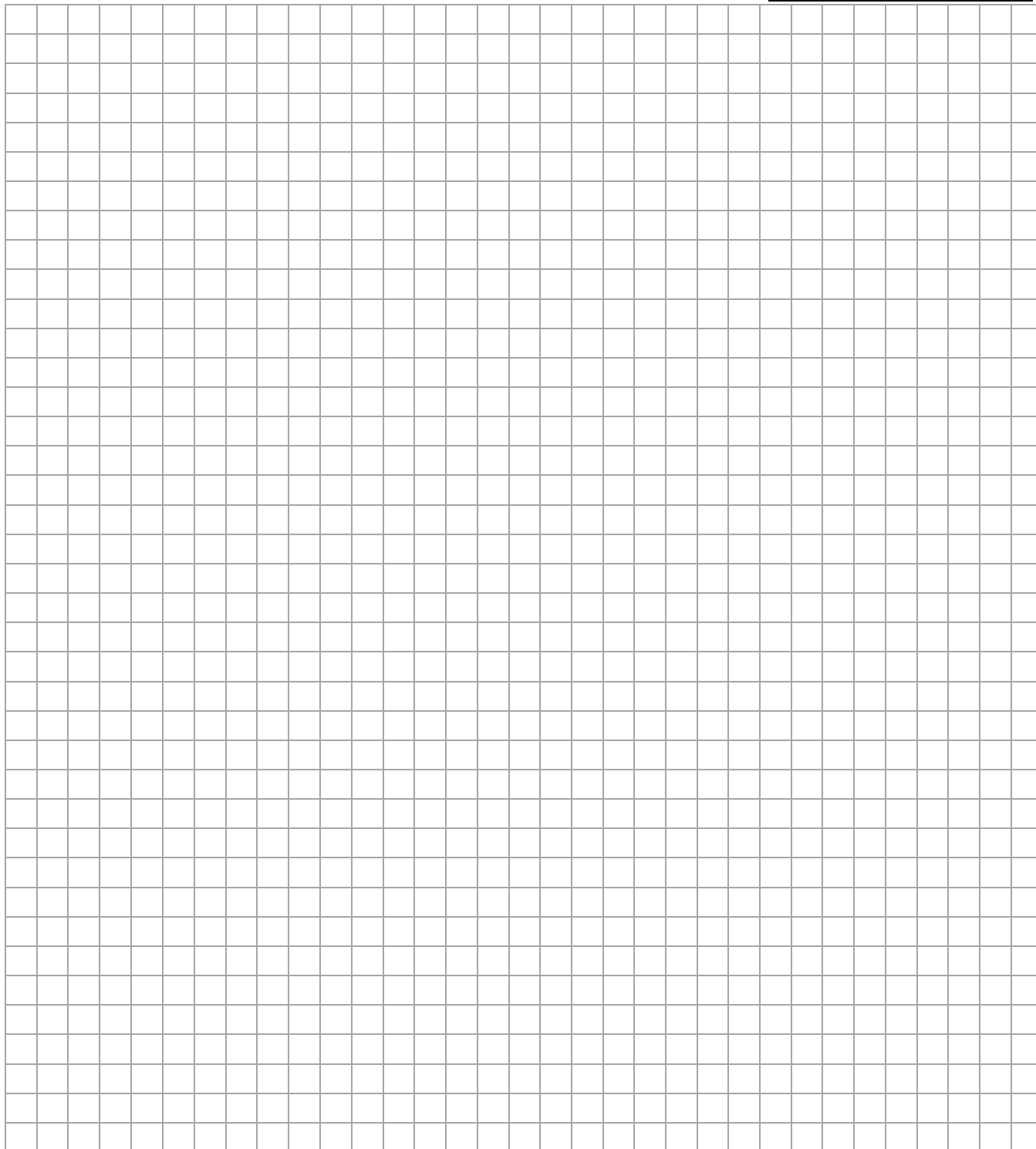
W zadaniu 6 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (2p)

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 3$. Oblicz wartość wyrażenia : $\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}}$.

Wynik zakoduj.

jedności	dziesiętnie	setne

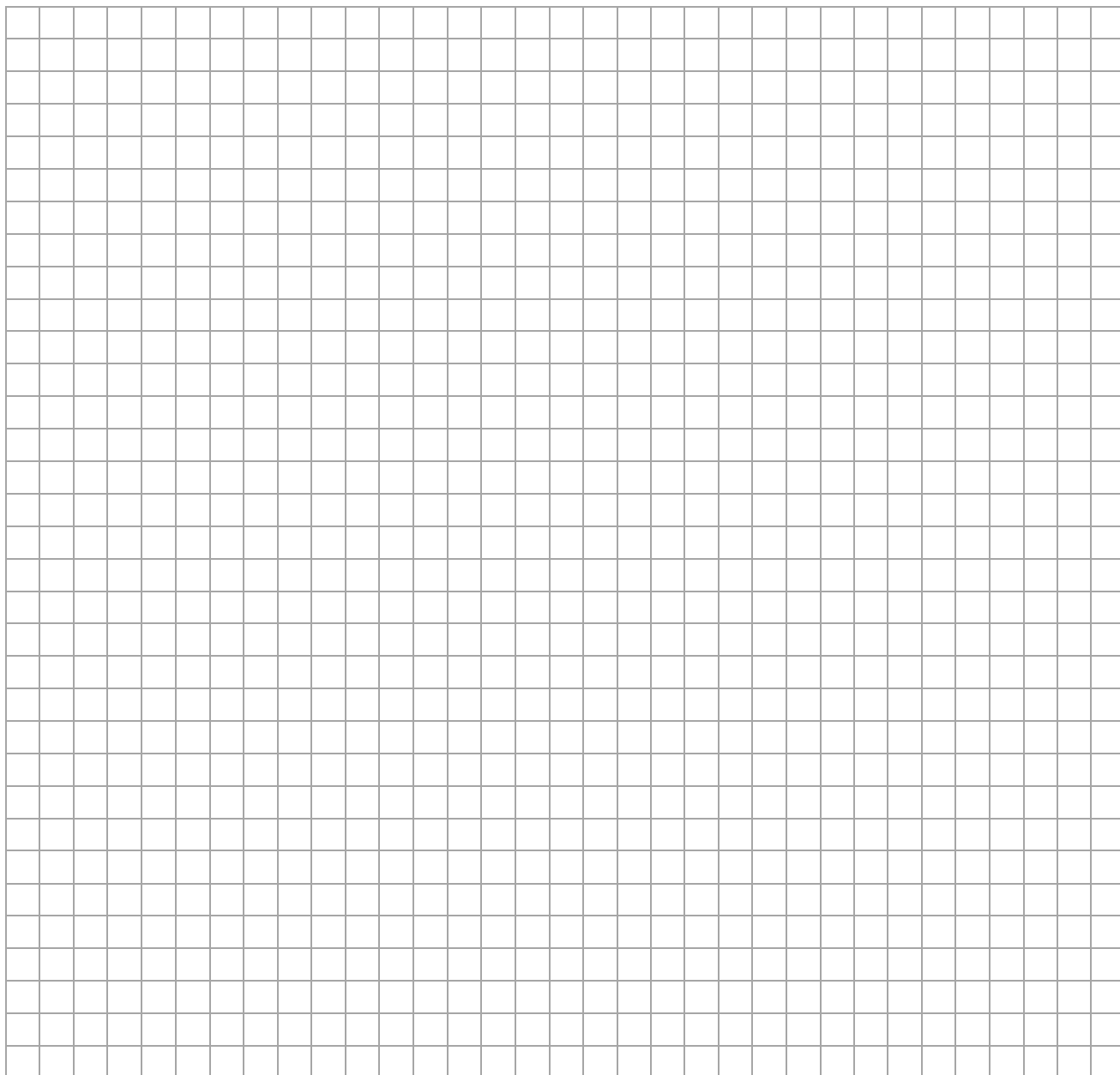


Rozwiązania zadań od 7 do 16 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 7. (2p)

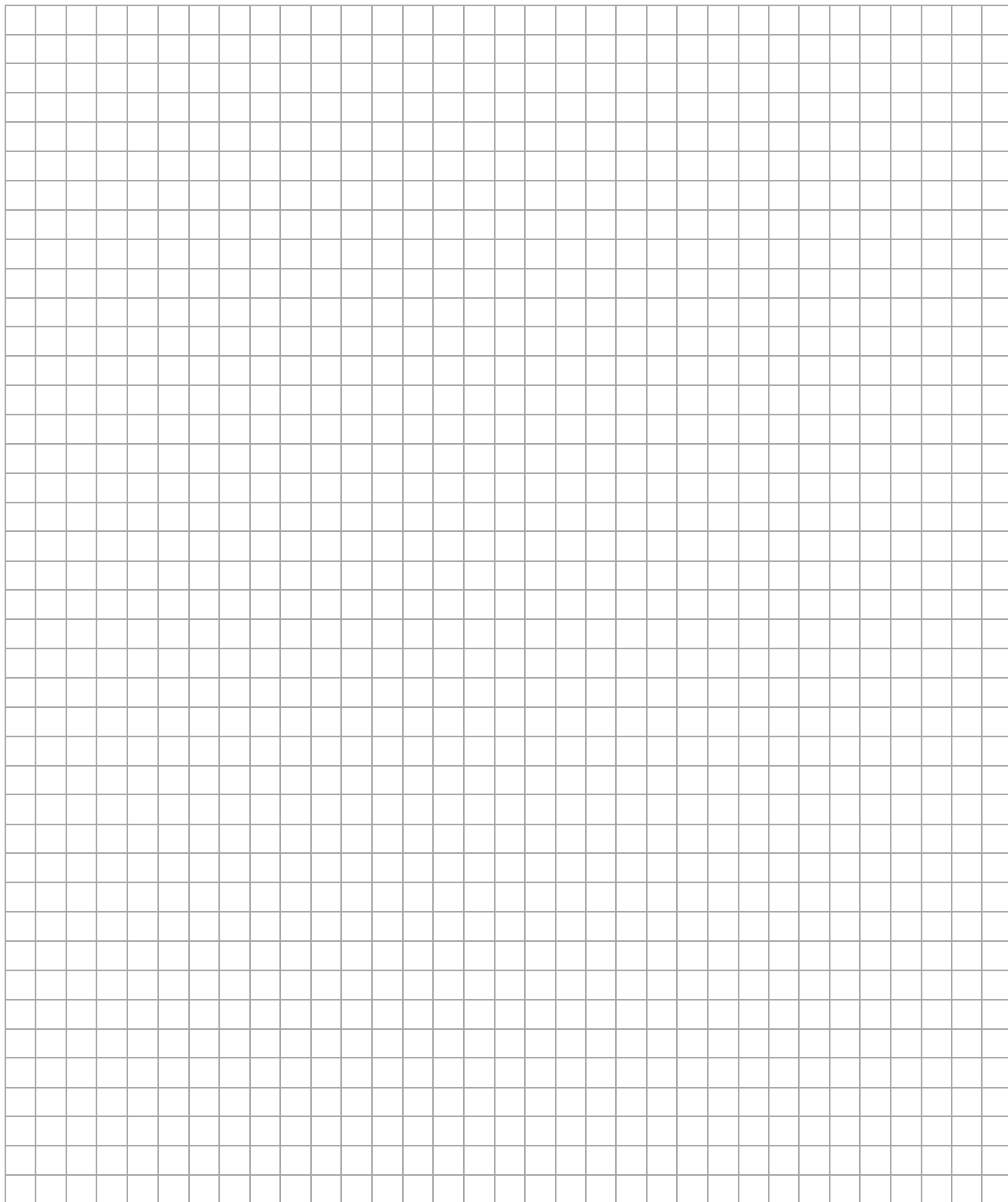
Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb x, y, z spełniona jest nierówność:

$$(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$$



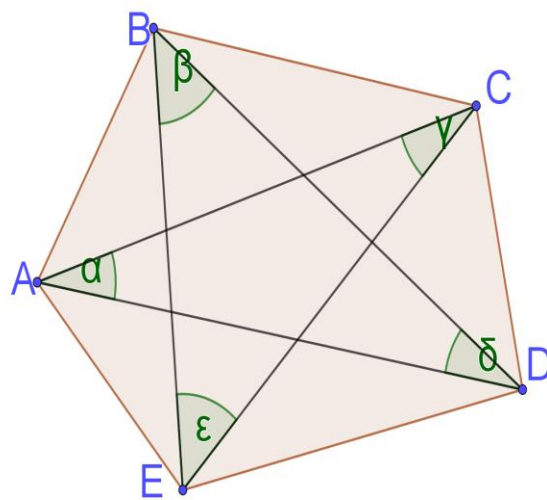
Zadanie 8. (3pkt)

Wykaż, że jeżeli każda przekątna czworokąta wypukłego dzieli go na dwa trójkąty o równych polach, to ten czworokąt jest równoległobokiem.



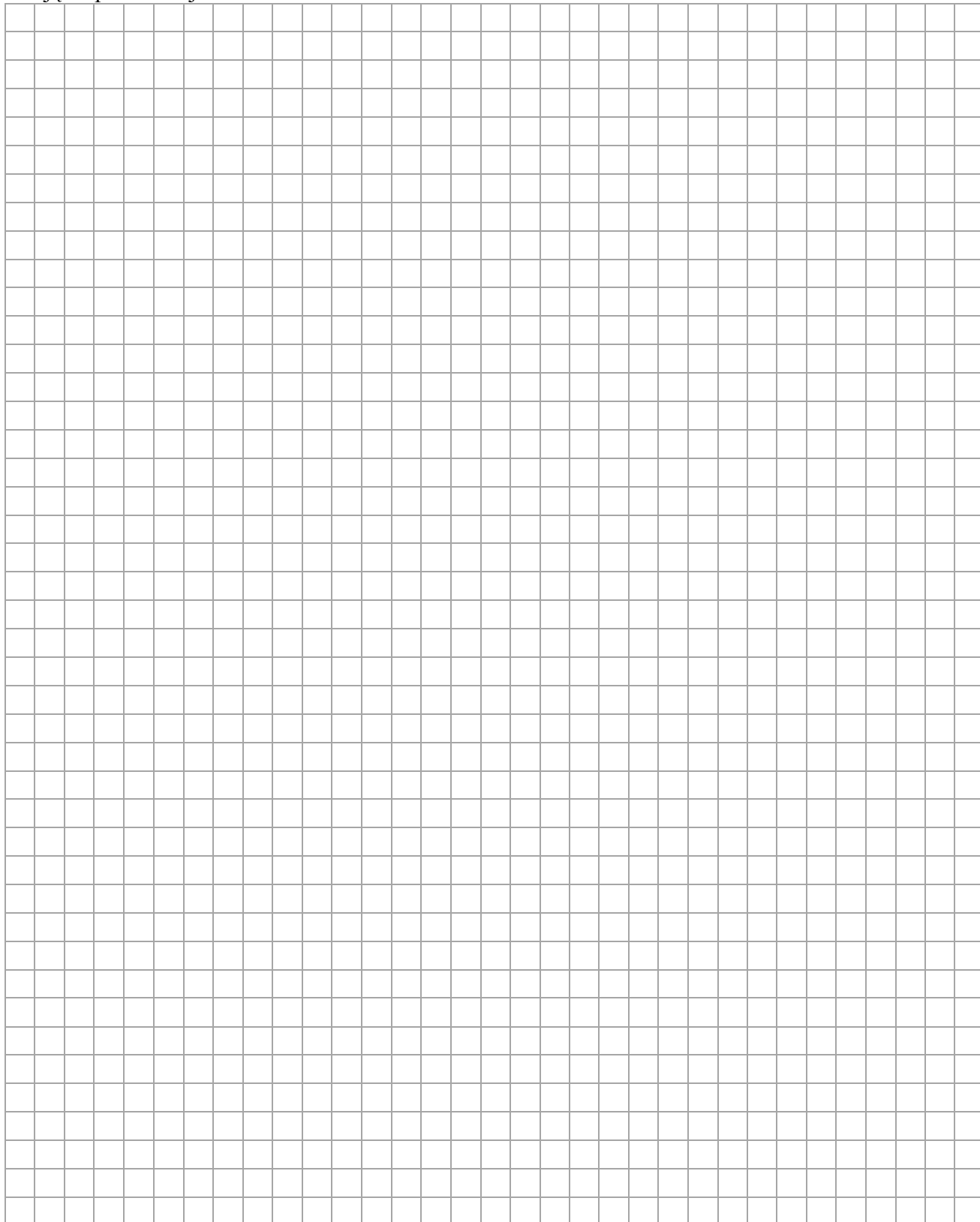
Zadanie 9. (3p).

Oblicz sumę miar kątów utworzonych przez przekątne pięciokąta wypukłego.



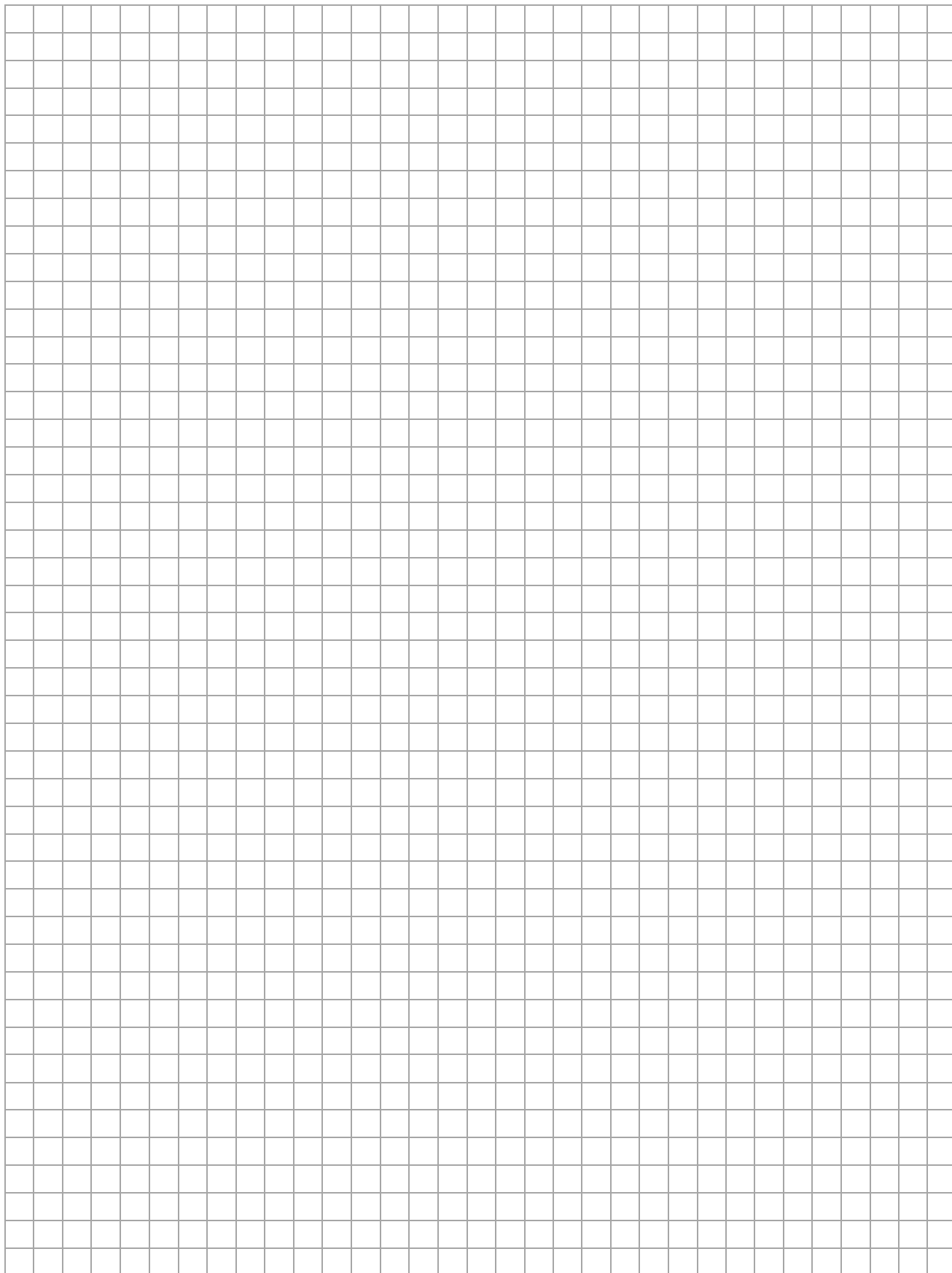
Zadanie 10. (4p).

Dla jakiej wartości parametru m funkcje $f(x) = x^2 + mx + 1$ $g(x) = x^2 + x + m$
mają wspólne miejsce zerowe?



Zadanie 11. (3p).

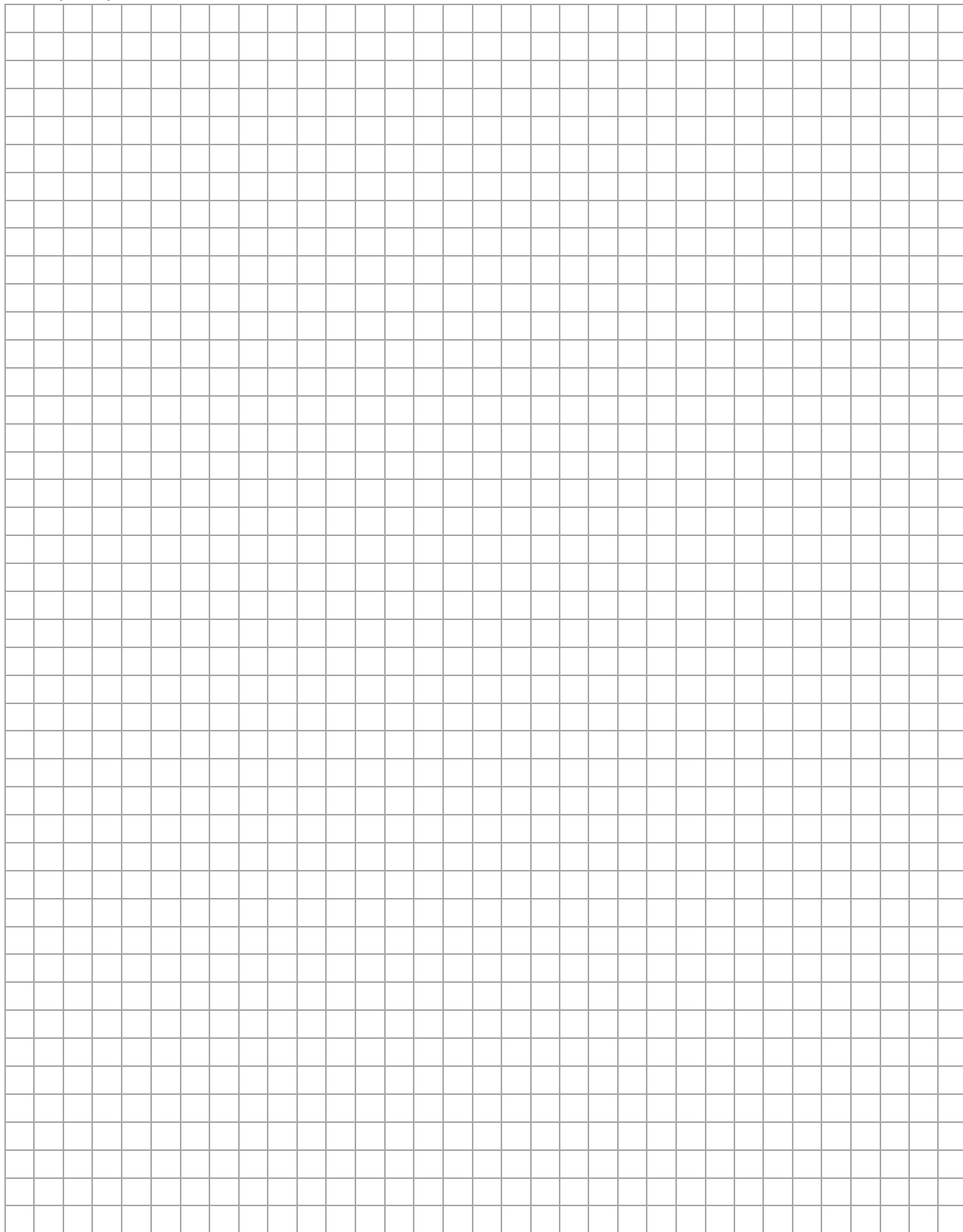
Wykaż, że równanie $x^4 + x^3 + x^2 - 3$ ma tylko jedno rozwiązanie które jest liczbą wymierną.

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their solution to the problem.

Zadanie 12. (5p).

Wyznacz wszystkie pary $(x; y)$ gdzie x i y są liczbami całkowitymi spełniającymi równanie:

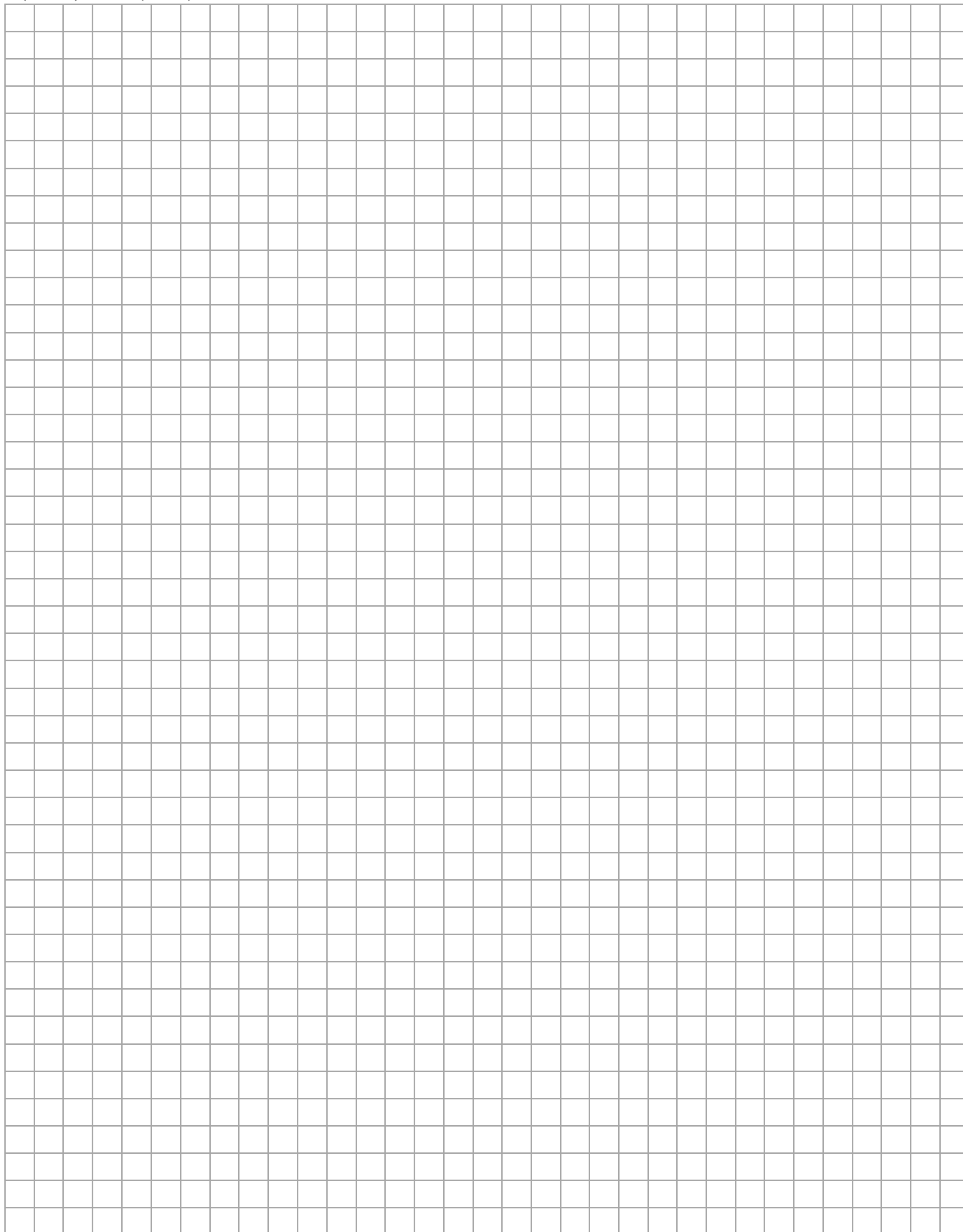
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{2}$$



Zadanie 13. (6p).

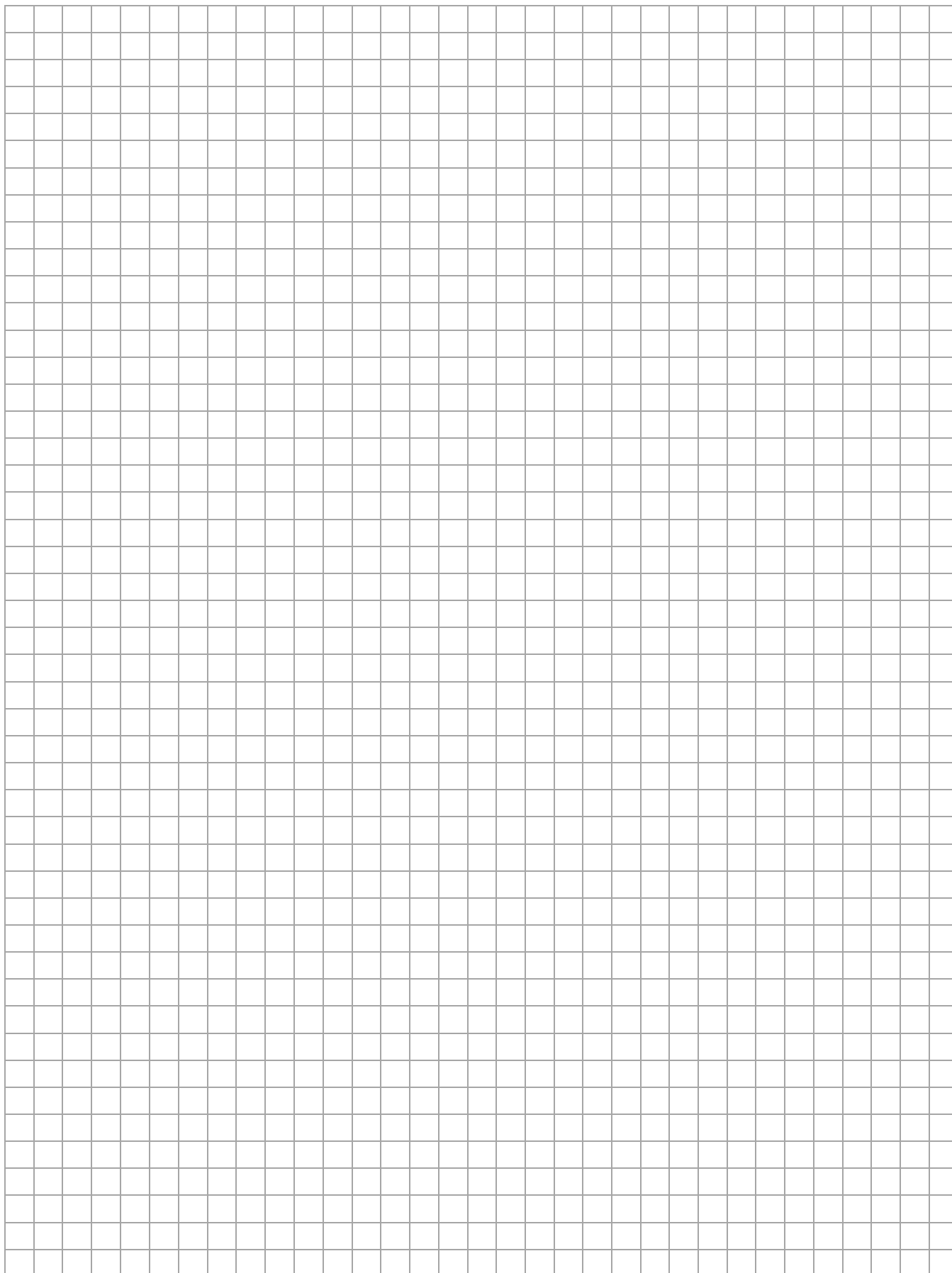
Dla jakiej wartości parametru m kwadrat sumy odwrotności pierwiastków nie jest mniejszy od 0,5

$$(2+m)x^2 + 2(1-m)x + m + 2 = 0$$



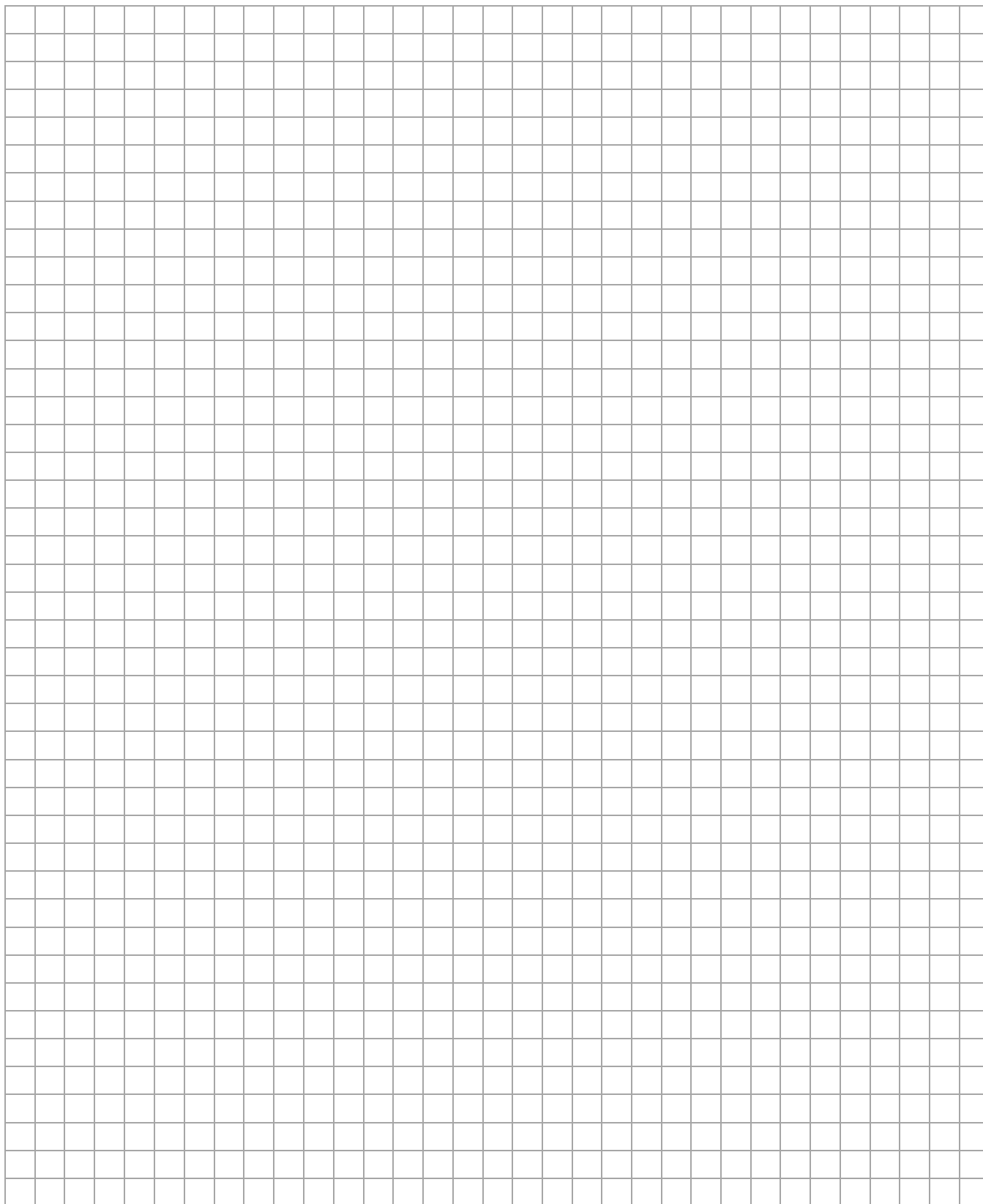
Zadanie 14. (5p).

Cztery liczby tworzy ciąg geometryczny, Jeżeli od pierwszej odejmiemy 2, od drugiej 3, od trzeciej 9, a od czwartej 25, to otrzymamy ciąg arytmetyczny . Znajdź te ciągi



Zadanie 15. (6p).

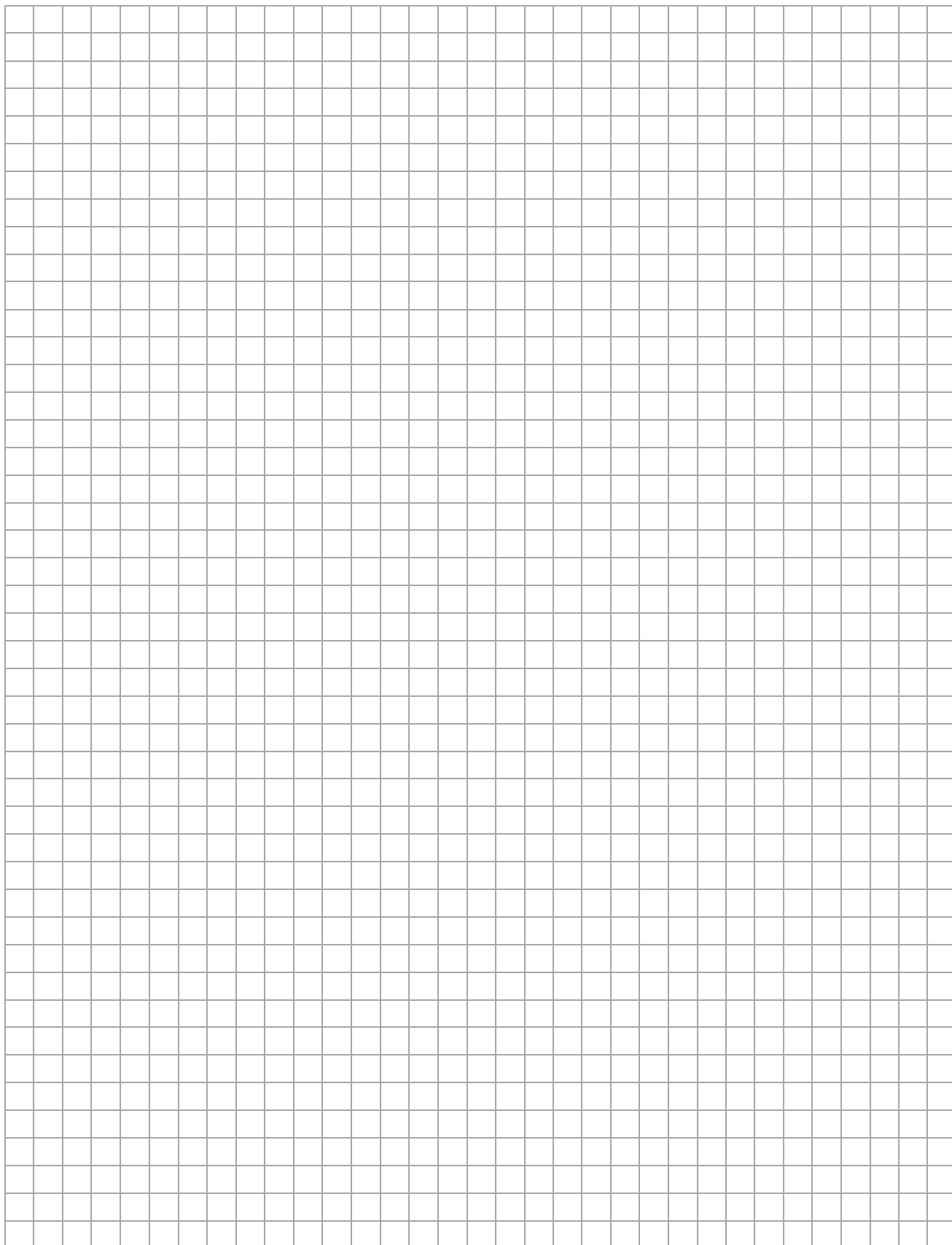
W $\triangle ABC$ boki AB i BC są równe. Okrąg którego średnicą jest wysokość CD trójkąta przecina boki trójkąta w punktach dzielących te boki w stosunku 5:3 licząc od wierzchołka C . Oblicz pole $\triangle ABC$ mając dane $|CD|=10$.

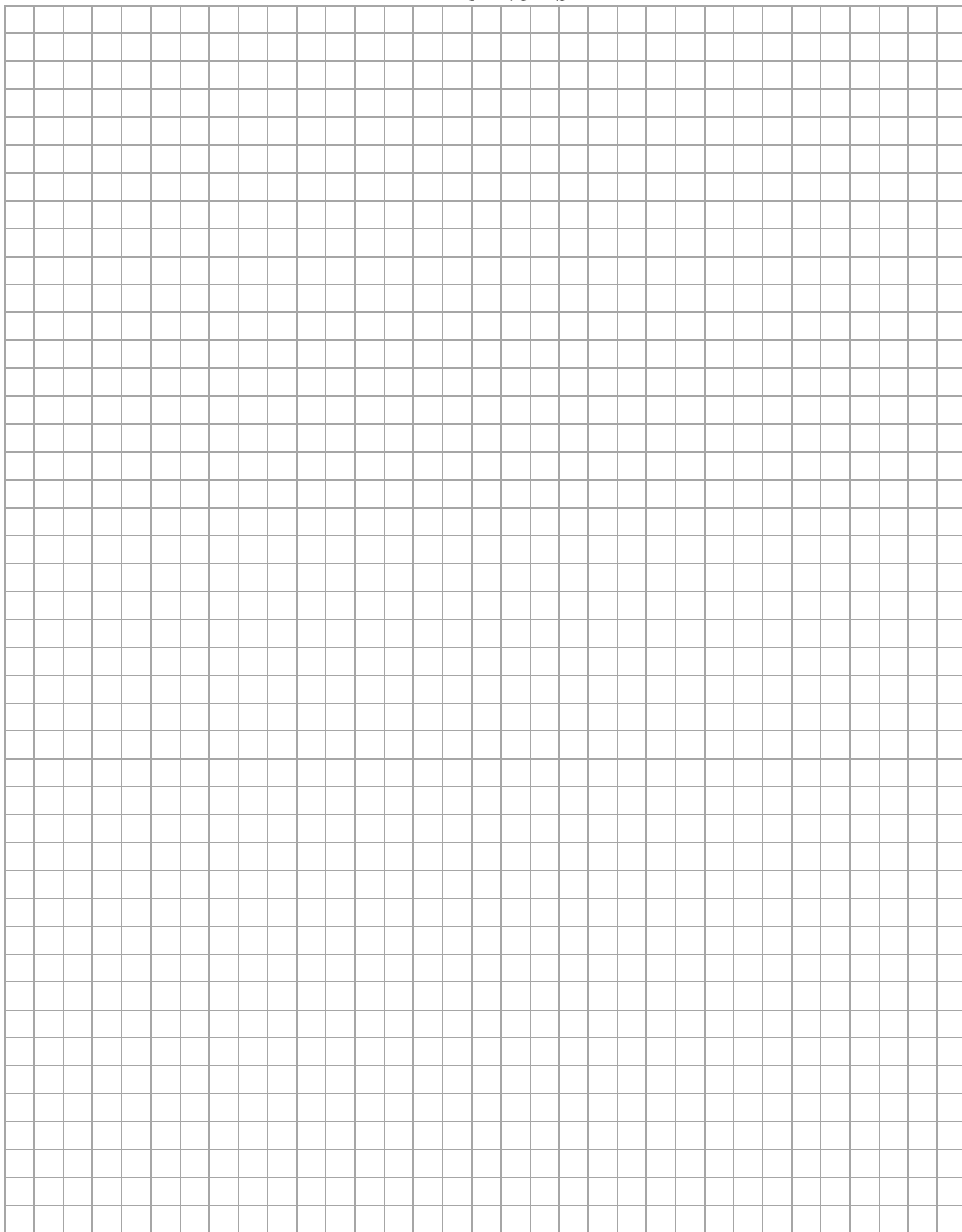


Zadanie 16. (6p).

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{6}{x} + \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2} + \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}\right)^2 + \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}\right)^3 + \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}\right)^4 + \dots$

Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji.



BRUDNOPIS

WYPEŁNIA PISZĄCY

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów
zadania zamknięte**

--	--

WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY

Nr zadania	0	2
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Nr zadania	0	1	2	3	4	5	6
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów
zadania otwarte**

--	--

**Suma punktów
razem**

--	--